

“Resolución de problemas aditivos y multiplicativos al usar fracciones en forma gráfica”

“Solution of additive and multiplication problems when using fractions in a graphic form”

José Luis Pool Dzul¹ 

Artículo de Revisión

recibido: 15 mayo de 2018

aceptado: 13 de septiembre de 2018

¹Escuela Primaria Rural Est. “Francisco Álvarez” C.C.T. 27DPR0703U. Ubicada en la R/A. Pedro A. González, Macuspana, Tabasco, México. E-mail: pool64@hotmail.com

*Autor de correspondencia: pool64@hotmail.com

RESUMEN

La comprensión de los conceptos matemáticos implica correr ciertos riesgos, hay que reconocer que los estilos de enseñanza han cambiado, aún se observan viejas prácticas basadas en la transmisión de conocimientos y la mecanización de procedimientos para llegar a un resultado. El papel del docente tiene que responder a las necesidades actuales de los alumnos, quienes son el centro de atención del proceso educativo, ya no se trata de que aprendan los algoritmos de las operaciones básicas para luego resolver un problema, sino todo lo contrario aprender matemáticas al resolver problemas. El objetivo del presente artículo es precisamente desarrollar en las niñas, niños y adolescentes las competencias básicas que les va a permitir aprender de manera permanente.

El aprendizaje es una acción interna, la persona siente el deseo de interactuar con aquello que le pueda proporcionar los elementos para construir el conocimiento que por su naturaleza representan un mayor grado de dificultad para su conceptualización. En este caso se aborda el tema de las fracciones que se inicia a partir del tercer grado de educación primaria. Tomando en cuenta esta consideración se presenta una serie de situaciones problemáticas que pueden ser resueltas de una manera más práctica a partir de la interpretación de las fracciones; de sus diferentes significados, y sobre todo su representación gráfica para resolver los problemas aditivos y multiplicativos a partir de su interpretación, de eso se da cuenta en el presente artículo.

Palabras clave: Matemáticas, operaciones básicas, fracciones.

ABSTRACT

The understanding of mathematical concepts implies taking certain risks, you have to acknowledge that teaching styles have changed, you can still observe old methods based on the transfer of knowledge and the mechanization of procedures to achieve a result. The role of a teacher is to meet the current needs of students, who are the center of attention of the educational process, it is no longer about them learning the algorithms of basic operations to then proceeding to solve a problem, but about the opposite, learning math while solving problems. The purpose of this article is precisely that, to develop basic skills in children and teenagers that will allow them to learn in a permanent way.

Learning is an internal act, the person feels the desire to interact with something that can provide them the elements to build the knowledge that by nature represents a bigger degree of difficulty for its conceptualization. In this case, the topic of fractions is addressed starting from third grade of elementary school. Taking into account this consideration a series of problematic situations are presented, which can be solved in a more practical manner through interpretation of the fractions, of its different meanings and especially of its graphic representation to solve additive and multiplication problems through interpretation, that is described in this article.

Key words: mathematics, basic operations, fractions.

INTRODUCCIÓN

El presente artículo tiene como propósito la resolución de problemas aditivos y multiplicativos, así como su interpretación gráfica al usar fracciones. Los maestros conocen la metodología de enseñanza de las matemáticas, sin embargo, en la práctica docente se olvidan de practicarla. Algunos inician su servicio con todo el ímpetu de ser verdaderos innovadores, implementan las estrategias de enseñanza sugeridas al maestro y otros se limitan a realizar actividades de rutina como los ejercicios de suma, resta, multiplicación y división de fracciones, aplicando el algoritmo usual. Tal diferencia de estilos de enseñanza no debería existir, ya que la educación que se ofrece en las comunidades debe ser de calidad para responder a las expectativas de los alumnos, padres de familia y de la sociedad.

La experiencia que viven los alumnos al estudiar matemáticas en la escuela es de vital importancia, el gusto o el rechazo por aprender depende en gran parte del estilo de enseñanza y el logro de los objetivos en un tiempo determinado con todos los alumnos. En este artículo se describe la importancia del manejo y dominio de los enfoques de enseñanza y la construcción de conocimientos para acceder a los niveles de conceptualización de las fracciones, ya que hay poco interés por el cambio; aún persisten las prácticas heredadas de modelos tradicionales como el aprendizaje de reglas para el aprendizaje de algoritmos y definiciones, que pueden ser utilizadas hábilmente en la solución de problemas; sin embargo, no son los más importantes, se requiere de otros saberes que permitan al alumno desarrollar estrategias y procedimientos para llegar a la comprobación de resultados.

La solución de problemas que implican sumar, restar, multiplicar y dividir con fracciones y su representación gráfica, así como el uso de material concreto es una propuesta para facilitar la interpretación de las fracciones como aquella relación parte-todo, así como la suma, resta y la relación partes de partes en la multiplicación y la división, respectivamente. La interpretación de estos procesos implica todo un desafío tanto para el docente como para el alumno. En la mayoría de los casos no se resuelven en el salón, sino que se dejan como tarea; no se analizan los procedimientos y mucho menos se validan las respuestas. De ahí que muchos alumnos pierden el interés por la solución de los problemas matemáticas y que tampoco tienen un contexto de aplicación en situaciones cotidianas.

El análisis interpretativo se hace con base en la experiencia del docente frente a grupo. Durante más de 31 años, el protagonista de este artículo trabajó en escuelas rurales, y como formador de maestros en una escuela normal particular por más de 17 años. La idea sobre el cómo representar un problema que implique la multiplicación y división de fracciones surgió precisamente al estudiar la maestría en el año 2004, cuando el asesor de tesis planteó la necesidad de interpretar en forma gráfica dichas operaciones como la idea de extracción o cuántas veces una fracción contiene a otra.

DESARROLLO

La naturaleza de las matemáticas

Los conceptos matemáticos forman parte del currículum de los planes y programas de estudio, para dar respuesta a las exigencias de un sistema económico, político, social y cultural. A lo largo de los procesos de formación académica, los estilos de enseñanza y aprendizaje han cambiado según los modelos educativos. De ahí la necesidad de desarrollar las habilidades que permitan apropiarse de la realidad a partir de la naturaleza de ciertos conocimientos basados en la ciencia; en este caso “las matemáticas dependen tanto de la lógica como de la creatividad, y están regidas por diversos propósitos prácticos y por su interés intrínseco” (SEP, 1997, p. 15). Asimismo, su esencia que es su belleza y reto intelectual, tal percepción no radica en su perfección o complejidad, sino todo lo contrario, en buscar un gran ahorro y sencillez en la representación y comprobación (SEP, 1997). Este trabajo intelectual permite establecer las relaciones entre partes para “llegar a interconexiones donde surjan intuiciones que deban desarrollarse en las diversas partes de la disciplina; juntas, fortalecer la creencia de la exactitud y unidad esencial de toda la estructura” (SEP, 1997, p.16).

La ciencia y las matemáticas están buscando pautas y relaciones porque son parte del mismo quehacer y por eso son el lenguaje propio de la ciencia (SEP, 1997) que constituyen una verdadera razón para la construcción de los conceptos matemáticos sustentados en abstracciones sucesivas. Por ejemplo, los números surgen como una necesidad de contar y son una abstracción de la realidad, así cada cultura fue creando y desarrollando su propio sistema de numeración para resolver problemas cotidianos. De ahí que el éxito en el aprendizaje de esta disciplina sea a partir del diseño de situaciones reales de aprendizaje que generen la construcción de conocimientos.

tos de manera gradual. La intervención docente es la de un facilitador dispuesto a observar cómo aprenden los alumnos y determinar qué estrategias puede implementar para transitar de un nivel conceptual a otros niveles cada vez más complejos.

Los cambios de enfoques o perspectivas sobre la forma de enseñanza de los conceptos matemáticos, obedecen a la forma de concebir al sujeto que aprende y al objeto de conocimiento. El estilo de enseñanza de cada docente puede marcar la diferencia sobre la forma de cómo los alumnos y alumnas aprenden en el aula. Hay evidencias que señalan que en ciertas escuelas los maestros no están favoreciendo la construcción del conocimiento matemático conforme a su enfoque de enseñanza, “no se trata ya de adquirir conocimientos para aplicarlos a los problemas, sino de adquirir conocimientos al resolver problemas” (Balbuena et al.,1995,p.23). Esto significa que hay que resolver problemas a partir de los conocimientos previos, respetar el nivel de conceptualización que poseen los alumnos según su propio desarrollo cognitivo y considerar al sujeto que aprende; “la formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana depende en gran parte de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica”. (SEP, 2012, p.67).

Esta metodología de enseñanza de las matemáticas, despierta el interés por buscar soluciones, reflexionar sobre la lógica de los resultados y, sobre todo, atreverse a confrontar las diferentes estrategias de solución para un mismo problema. Este manejo de enfoque de enseñanza lleva a los alumnos a construir el conocimiento de manera autónoma y no depender del poder central que aún prevalece en las prácticas escolares.

Una experiencia exitosa o de fracaso en la escuela puede traer consecuencias en el gusto o rechazo, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de soluciones y argumentos para validar resultados o la aceptación de lo que diga el docente. (SEP, 2012).

Los avances logrados en el manejo del enfoque de enseñanza de las matemáticas, aún están lejos de cumplir con las perspectivas docentes. El tema de las fracciones y sus diferentes significados considerados para su estudio en el plan y programas de estudio 1993, inicia como noción a partir del tercer grado de educación primaria. Esta concepción teórica sobre la naturaleza de ciertos co-

nocimientos matemáticos y su grado de dificultad para su conceptualización son consideraciones que hacen los educadores, pedagogos y psicólogos; asimismo el posponer la multiplicación y división de fracciones para ser estudiados en el nivel de educación secundaria.

El enfoque de enseñanza es crear las condiciones reales para el aprendizaje, partir de los conocimientos previos y sobre todo valorar los niveles de conceptualización del alumno para el aprendizaje. Aprender matemáticas al resolver problemas puede ser tan interesante como cualquier juego que exige creatividad e imaginación inventiva. Cuando se llega a la solución de un problema de una manera autónoma, es una satisfacción personal que da seguridad y motiva a seguir aprendiendo.

El docente debe tener la capacidad de percibir la necesidad de mejorar los niveles de desempeño con base en el esfuerzo del alumno y sus características, nadie puede ofertar una educación de calidad sin antes conocer las dificultades de los sujetos que aprenden y el contexto en que se desarrolla la práctica docente.

Latapí (2003) recuerda que, “ver aprender es ver crecer y madurar a los niños y jóvenes, comprobar que adquieren capacidades que no tenían, que hablan mejor, que juzgan por sí mismos y que van saliendo adelante” (p. 10). No cabe duda que ver aprender a los alumnos es la satisfacción más grande que se obtiene como docente.

Enfoque didáctico para la enseñanza de los conceptos matemáticos

El tema de las fracciones se aplaza hasta el tercer grado de educación primaria, así como la multiplicación y división se deja ver hasta la secundaria. Esta consideración pedagógica obedece a su grado de dificultad (SEP, p.54). Con este “enfoque didáctico que se sugiere se logra que los alumnos construyan conocimientos, y habilidades con sentido y significado, como resolver problemas que implican el uso de números fraccionarios” (SEP, 2012, p.70); de esta manera, pueden acceder a los niveles de conocimiento cada vez más complejos partiendo de sus propias experiencias. Por ejemplo, en la suma y resta de fracciones con distintos denominadores se buscan fracciones equivalentes para tener los mismos denominadores. Ejemplo: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$, porque $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ y $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Esta es la forma como se pretende sumar y restar fracciones con diferentes denominadores, mediante el uso

de fracciones equivalentes, y no empleando el producto cruzado como:

$$1/2 + 1/3 = \frac{1 \times 3 + 2 \times 1}{2 \times 3} = \frac{3 + 2}{6} = 5/6$$

Esta forma de operar al sumar fracciones aún prevalece en la práctica escolar, incluso el docente lo aplica al plantear ejercicios de suma y resta. A continuación, se plantean los tres criterios para establecer relaciones entre el numerador y el denominador para determinar el valor de la fracción.

Esta forma de interpretarlas “favorece la comprensión de aspectos básicos de las fracciones: el orden, la comparación, la equivalencia y la suma” (Fuenlabrada *et al.*, 1991, p. 73).

- a).- En toda fracción si el numerador es menor que el denominador, entonces la fracción es menor que el entero. Ejemplos: 1/2, 1/3, 2/8, 5/10, etc.
- b).- En toda fracción si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es mayor que el entero. Ejemplos. 3/2, 4/3, 5/4, 10/8, etc.
- c).- En toda fracción si el numerador es igual que el denominador, la fracción es igual a un entero. Ejemplos: 2/2, 3/3, 6/6, 8/8, 9/9, etc.

En la tabla 1, se ejemplifica los criterios planteados en el libro “Juega y aprende matemáticas”.

Tabla 1. Fracciones

Fracciones menores que 1	Fracciones mayores que 1	Fracciones iguales que 1
1/2	5/4	3/3
1/3	7/6	4/4
3/4	8/5	5/5
8/7	9/4	15/15
8/12	10/8	10/10

Fuente: Elaboración propia

Las fracciones equivalentes.

Una forma para establecer la equivalencia es a partir de la relación entre el numerador y el denominador, por ejemplo en una tabla de múltiplos. Los primeros diez múltiplos del 1 corresponde a la primera fila, que se tomaría como los numeradores y los primeros diez múltiplos del 2 correspondientes a la segunda fila como los denominadores, para expresar fracciones equivalentes a 1/2. De la misma manera se haría con los múltiplos del 3, 4,

5, 6, 7, 8, 9 y 10 que serían los denominadores para formar fracciones equivalentes a 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9 y 1/10, etc. Esto se puede ejemplificar a partir de la tabla 2 de los números múltiplos.

Tabla 2. Tabla de números múltiplos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fuente: Elaboración propia

Los números de la primera fila son los múltiplos del 1. Si se establece una relación con los múltiplos del 2, de la segunda fila, expresan fracciones equivalentes a 1/2. Ejemplos: 1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 5/10 = 6/12 = 7/14 = 8/16 = 9/18 = 10/20. La relación que se establece entre estos dos números permite deducir el primer criterio para todas las fracciones que son equivalentes a 1/2, que dice:

- a).- En toda fracción si el numerador es la mitad que su denominador, entonces es equivalente a 1/2.
- b).- En toda fracción si el numerador es la tercera parte que su denominador, es igual a 1/3.
- c).- Una fracción es equivalente a 1/4 si el numerador es la cuarta parte que su denominador.
- d).- Una fracción es equivalente a 1/5 si el numerador es la quinta parte que su denominador.

De esta manera se determina las fracciones equivalentes a 1/6, 1/7, 1/8, 1/9 y 1/10 establecer relaciones entre los primeros diez múltiplos del 1 con los múltiplos de las filas siguientes permiten obtener fracciones equivalentes a 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9 y 1/10, lo cual permite establecer los criterios de equivalencia de una manera más fácil y sin temor a equivocarse. Es muy importante señalarlos a partir de esta relación ya mencionada, por ejemplo 4/16 = 1/4, porque 4 es la cuarta parte de 16, entonces no hay duda es igual a 1/4. Aprender a interpretar el significado de una fracción estableciendo las relaciones que ya se mencionaron es muy importante, por ejemplo en la suma y en la resta se puede anticipar o calcular mentalmente el resultado antes de la operación. Resolver las siguientes sumas y restas:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{4}{8} = 1 \\ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{15} = 1 \\ \frac{6}{8} - \frac{1}{2} = \frac{4}{8} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \frac{2}{4} + \frac{5}{10} = 1 \\ \frac{6}{12} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{array}$$

Los principales criterios para obtener fracciones equivalentes se aprende a través de reglas que muy pronto se olvidan como la ley fundamental de las proporciones que dice: el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Es una forma de comprobar si dos fracciones son equivalentes o no. El otro criterio dice: Si se multiplica el numerador y el denominador por un mismo número se obtienen fracciones equivalentes. Ejemplo: Cuando se multiplica el numerador y el denominador por un mismo número se obtiene una fracción equivalente. Por ejemplo en la suma $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$ porque se multiplicó $\frac{1}{3}$ por 4, así $1 \times 4 = 4$, luego $1 \times 3 = 3$

$$3 \times 4 = 12 \qquad 4 \times 3 = 12$$

Aquí se observa que las fracciones que resultaron tienen el mismo denominador por lo tanto ya se pueden sumar como $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$. También se puede obtener fracción equivalente si se divide el numerador y el denominador por un mismo número. Ejemplo: $\frac{9}{27}$ que se divide entre 9 tanto el numerador como el denominador:

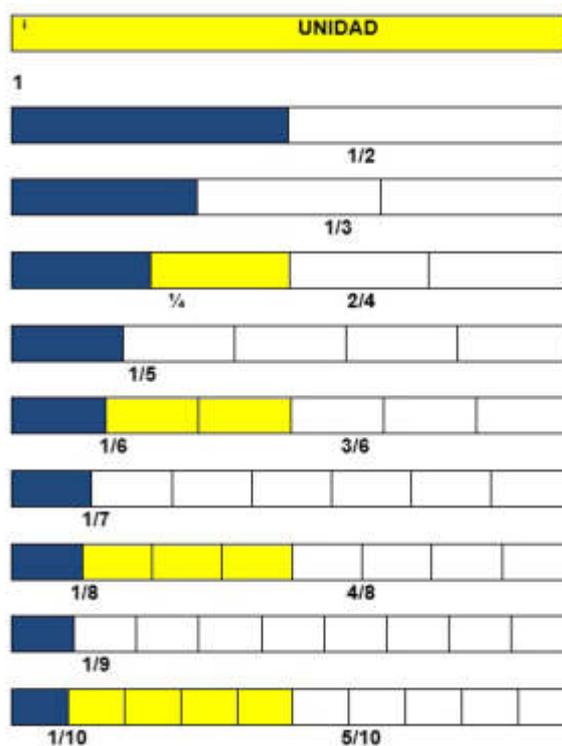
$$\frac{9 : 9}{9 : 9} = \frac{1}{1}$$

$\frac{27 : 9}{3} = \frac{3}{1}$, de esta manera se logra simplificar fracciones a su expresión mínima. Sumar y restar fracciones con diferente denominador, utilizando la equivalencia tiene mayor significado que aplicar los procedimientos muy sistematizados que muchas veces el alumno mecaniza para ejecutar operaciones, en vez de plantear el significado de cada operación que se aplica, incluso se podría llegar al resultado de manera eficaz. En la escuela muy pronto se olvidan de la importancia de construir significados al contextualizar los conceptos matemáticos al resolver diferentes tipos de problemas aditivos y multiplicativos.

La representación gráfica de fracciones a partir de las tiras unidad

El tema de las fracciones es muy interesante cuando se emplea material concreto como las tiras de cartoncillo. Aquí se presentan las tiras como un material que sirve para comparar el tamaño de las porciones. Todas las tiras son del mismo tamaño para indicar que es el mismo entero que se divide en diferentes partes de manera equitativa y exhaustiva, ver figura 1.

Figura 1. representación gráfica de fracciones a partir de las tiras unidad



Fuente: elaboración propia

Determinar el tamaño de la unidad mediante tiras permite hacer comparaciones directas entre todas las fracciones y su relación con el entero. De esta manera se puede establecer la relación de orden y de equivalencia de manera práctica, es decir las fracciones están ordenadas de mayor a menor, tomando en cuenta la parte sombreada que va desde el entero hasta $\frac{1}{10}$; asimismo se observa también las fracciones equivalentes a: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$ que gráficamente representan la misma porción de unidad y por la relación numerador, denominador, se cumple el criterio de equivalencia a $\frac{1}{2}$. Si el numerador representa la mitad del denominador, la fracción es igual a un medio. En esta misma representación gráfica también se puede comprobar que $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$, $\frac{2}{2} = 1$, $\frac{3}{3} = 1$, $\frac{4}{4} = 1$, $\frac{5}{5} = 1$ y se pueden deducir más relaciones de orden y de equivalencia empleando las tiras unidad.

Aprender a determinar el tamaño de la fracción a partir de la relación numerador y denominador resulta mucho más interesante y práctico. Antes de llegar al planteamiento de la suma y resta de fracciones con diferente denominador es importante realizar una serie de ejercicios de cálculo mental y representación gráfica de fracciones. Ejemplos: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$, $\frac{1}{5} + \frac{2}{10} = \frac{2}{5}$,

$1/3 + 3/9 = 2/3$. $4/10 + 1/2 = 9/10$. Estas sumas se resuelven mentalmente aplicando la equivalencia. Un ejemplo sería: $1/2 + 1/4 = 3/4$ porque en $1/2$ hay $2/4 + 1/4 = 3/4$.

En el libro de texto para el alumno, desafíos matemáticos 5º. Grado, en la lección 1 “cuánto es en total” (p. 10) se plantean problemas de suma y resta de fracciones con diferente denominador que se pueden resolver con el cálculo mental. Estos son los problemas:

1.-Claudia compró primero $3/4$ Kg. de uvas y luego $1/2$ Kg más. ¿Qué cantidad de uvas compró en total? R.- $5/4$, porque en $1/2$ hay $2/4$ que sumado a $3/4$, da como resultado los $5/4$

2.- Para hacer los adornos de un traje, Luisa compró $2/3$ m de listón azul y $5/6$ m de listón rojo. ¿Cuánto listón compró en total? R.- $9/6$, si se toma en cuenta que en $2/3$ hay $4/6$ entonces la suma de $4/6 + 5/6 = 9/6 = 1 3/6$, es decir $1 1/2$

3.- Pamela compró un trozo de carne. Usó $3/4$ kg de ese trozo para preparar un guisado y sobró $3/4$ ¿Cuánto pesaba originalmente el trozo de carne que compró? R.- $3/4 + 3/4 = 6/4 = 1 1/2$

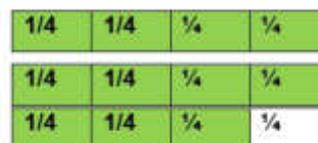
El problema 1 se puede observar que se trata de la suma de dos fracciones con diferente denominador que son múltiplos entre sí, entonces es fácil con solo convertir los medios en cuartos. Aplicando el criterio de las fracciones equivalentes, $1/2 = 2/4$, da como resultado $3/4 + 2/4 = 5/4$. El problema 2 se resuelve de manera similar $2/3 + 5/6 = 4/6 + 5/6 = 9/6$, que significa 1 m más $1/2$ m de listón. En el último problema es más complejo porque no se conoce el estado inicial, solo el operador y el estado final. Hay que tomar en cuenta que el entero no siempre se refiere al valor unitario, sino a un total que puede ser 2, 3, 4, o más, en este caso el total es el trozo comprado que equivale a $6/4$, ya que si sumamos el sustraendo más la diferencia da como resultado el minuendo. $X - 3/4 = 3/4$, en donde $3/4 + 3/4 = 6/4$, que es el peso original del trozo comprado.

En el libro de texto, Desafíos Matemáticos para el maestro quinto grado pág. 72, en el apartado consideraciones previas se señala que el problema 3, en la suma $1/4 + 20/8$ no deberán representarse la suma de fracciones de una manera separada, sino encontrar una manera de representar toda la operación sin tener que resolverla antes. Por su parte, el libro para el alumno en la pág. 51 pide que representen con dibujo el resultado de las siguientes

sumas. Aquí se plantea la representación gráfica de la primera (figura 2):

- a).- $1/4 + 20/8 = 1/4 + 10/4 = 11/4$
- b).- $2/3 + 18/2 = 9 + 2/3$
- c).- $11/5 + 9/10 = 31/10$

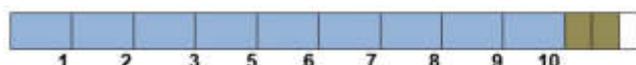
Figura 2. Suma de fracciones



Fuente: Elaboracion propia

a).- El resultado de la suma son $2 3/4$, que equivale a $8/4 + 3/4 = 11/4$ (figura 3)

Figura 3. Resultados



Fuente: Elaboracion propia

b).- $2/3 + 18/2 = 9 + 2/3$. Aquí se observa los 9 enteros y los $2/3$ como resultado de la suma (figura 4).

Figura 4. Resultados



Fuente: Elaboracion propia

c).- $11/5 + 9/10 = 22/10 + 9/10 = 31/10 = 3 + 1/10$

En esta representación del ejercicio a) se optó por la equivalencia de octavos en cuartos, esto es $20/8 = 10/4$ que sumándole $1/4$ da como resultado los $11/4$. La otra forma es transformar $1/4$ en $2/8$ que sumado a $20/8$ da como resultado $22/8$ equivalente a $11/4$. En la figura. En el ejercicio b) el resultado es 9 enteros $2/3$ de unidad como se ve en la figura. En el planteamiento c) se observa que la respuesta de la suma es 3 enteros más $1/10$. No es fácil representar gráficamente una porción de unidad sino se conoce el tamaño del entero o el total. De ahí la importancia de partir primero con el tamaño de la unidad y luego la representación de las porciones de unidad que pueden ser mayores, menores o iguales que la unidad.

Como docente hay que inducir a los alumnos a reflexiones que los lleve a mejorar sus niveles de conceptualización en el manejo y dominio de las fracciones en di-

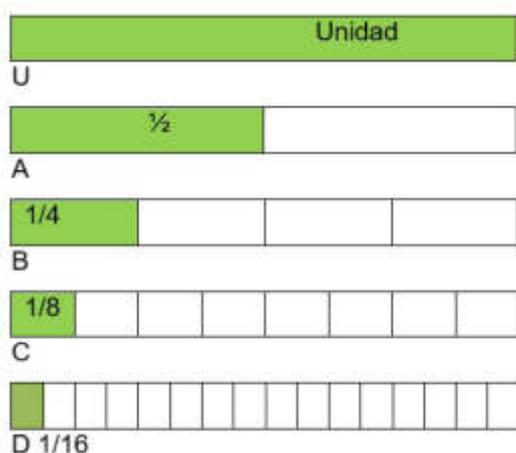
ferentes contextos. Emplear material concreto como las tiras les permiten comparar directamente el tamaño de las porciones de unidad que se representan, en este caso se trata de representar mitades a cada fracción indicada.

Aquí se muestra gráficamente una sucesión de fracciones que se van reduciendo cada vez que se le extrae una mitad a la fracción anterior.

Numéricamente se expresa así: $\frac{1}{2}$ de $1 = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

Gráficamente se representa así, figura 5:

Figura 5. Sucesión de fracciones



Fuente: Elaboración propia

La partición equitativa y exhaustiva de las unidades permite comparar el tamaño de las porciones sombreadas. Por ejemplo la tira *U* indica el entero, la tira *A* que es una tira igual que la *U* se parte en dos y se toma uno, que se expresa como $\frac{1}{2}$. Lo mismo sucede con las tiras *B*, *C*, *D* que representan $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ Y $\frac{1}{16}$ respectivamente. Por comparación directa se puede establecer una relación de orden, de mayor a menor entre las fracciones; asimismo la relación de equivalencia. Aquí se puede plantear otro significado de la fracción en el contexto de la medición.

Las situaciones de reparto inducen a los alumnos la noción de fracción que es el primer significado que cobra sentido y relevancia, cuando se plantean en situaciones cotidianas como los ejemplos que se plantean en el libro: “la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria parte 2”. En este material colaboró Martha Dávila Vega, y quien tuvo la por fortuna de conocer personalmente en el taller que impartió para profesores de escuelas norma-

les que se llevó a cabo en Jalapa, Veracruz en agosto de 1997. En dicho taller el material de apoyo utilizado es un paquete de cuatro libros, parte 1 y parte 2, libro de lecturas y material recortable. Mismos que fueron entregados a todos los maestros de educación primaria para su formación continua en los cursos nacionales.

Cómo plantear situaciones de reparto.

Las operaciones con fracciones en diferentes contextos permite la construcción de significados. La fracción como reparto se plantea en contextos en donde la relación parte- todo, se cuestiona como: ¿Qué parte del entero le tocó a cada uno ?. ¿Qué parte del total repartido les tocó a cada uno ?. ¿La parte que le toca a cada uno es mayor, menor o igual que el entero?. Estas preguntas ayudan a la reflexión y a la búsqueda de respuestas con verdadero sentido formativo.

El aprendizaje de las fracciones se debe favorecer a partir de las relaciones entre el numerador y denominador que es la mejor forma de conceptualizar el valor que representa una expresión de la forma n/m , en donde n es el numerador y m el denominador. Si n es menor que m la fracción es propia, es decir menor que la unidad. Si n es mayor que m la fracción es impropia, mayor que la unidad y si n es igual que m , entonces la fracción es igual que la unidad. Aprender a interpretar así a las fracciones es de gran utilidad, ya que facilita las operaciones con ellas. En la tabla 3, se pueden observar situaciones de reparto.

Tabla 3. Situaciones de reparto

Reparto	Número de pasteles	Número de niños	Les toca menos de un entero	Les toca más de un entero	Les toca de igual que el entero	Porción que les toca
1	3	2		X		3/2
2	4	6	X			4/6
3	5	5			X	5/5
4	4	8	X			4/8
5	9	4		X		9/4
6	2	2			X	2/2
7	2	3	X			2/3

Fuente: Elaboración propia

En el reparto 1, 2 niños se van a repartir 3 pasteles de tal manera que a todos les toque lo mismo y no sobre nada. ¿Qué porción de pastel le toca a cada uno? R.- a cada niño le toca $3/2$

Si la porción que le tocó a cada niño es del tamaño que se representa aquí. ¿De qué tamaño es el entero? (figura 6)

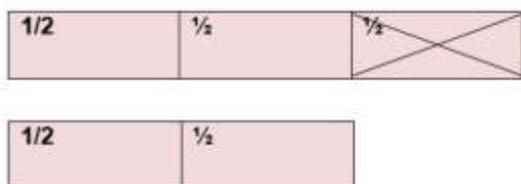
Figura 6. Enteros



Fuente: Elaboración propia

Esta porción representa $3/2$, mayor que el entero lo cual significa que el tamaño del entero es menor. Para muchos alumnos y alumnas plantearles esta pregunta es todo un reto, ya que no se trata solo de Dividir en partes iguales sino de deducir el tamaño del entero a partir de la porción que le toca a cada niño. Para determinar el tamaño del entero se tendría que dividir la porción en tres partes iguales, como se muestra en la figura 7 siguiente:

Figura 7. Rrepresenta $3/2$, mayor que el enteros



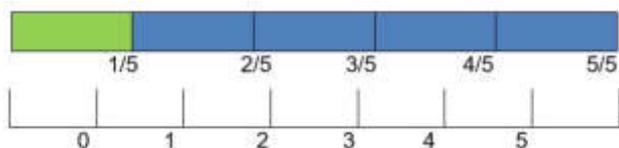
Fuente: Elaboración propia

Aquí vemos que basta quitar $1/2$ para tener el entero, ya que $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Gráficamente se puede demostrar una situación de reparto de la siguiente manera: si la porción que le toca a cada uno es menor que el entero, sólo es cuestión de agregar la porción que falta para completarlo. En cambio si la porción que le toca a cada persona es mayor que el entero, entonces hay que quitar la porción que sobra para ver el tamaño del entero.

En el libro desafíos matemáticos de 4º. Grado, “en busca del entero” (p.55) se plantean tres problemas similares. En el problema 1 se pide a los alumnos que representen la unidad a partir del segmento $1/5$ de unidad. Si el alumno tiene bien claro el significado de esta expresión y su representación, sabe que en un entero hay $5/5$, por lo tanto basta agregarle al segmento $1/5$, los $4/5$ que faltan para tener el entero (figura 8).

Figura 8. Situación de reparto



Fuente: Elaboración propia

La alumna traza una recta y la divide en siete partes y a partir del segmento uno comienza a numerar del cero al cinco y le sobra un segmento. La maestra le califica como correcta, ya que en el ejercicio anterior le piden que trace otros segmentos a partir del segmento unidad que se ve en “la figura” de la pág. 54. En esta representación no traza otros segmentos, sino que divide el segmento unidad en diez partes y las numera del cero al diez como si representara diez enteros, en lugar de tomarlo como la unidad dividida en diez partes iguales y cada una representa $1/10$.

En estos ejemplos se puede observar los errores comunes que cometen los alumnos porque el docente no tiene claro el concepto de la representación de fracciones en la recta numérica y menos cuando se trata de completar enteros a partir de una porción de unidad. Hay que aclararles que en la recta numérica es muy importante observar el punto de inicio, que se marca con el 0 y a partir de allí se decide el tamaño de la unidad a representar, según las fracciones indicadas. Por ejemplo para representar $2/5$ y $8/10$, basta trazar un solo segmento para representarlas. Ubicar fracciones en la recta numérica representa un grado de dificultad mayor en la gran mayoría de los escolares.

La educación básica plantea la necesidad de conocer los procesos de aprendizaje de las niñas, niños y adolescentes como los principales centros de atención para el desarrollo del proceso educativo. Hoy se habla del papel de la escuela como formadora de competencias para la vida y se define como “la capacidad de responder a diferentes situaciones e implica un saber hacer (habilidades) con un saber (conocimientos), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes)” (SEP, 2011, p. 33). El desarrollo de competencias se da en la acción de una manera integrada y se debe reflejar al término de la educación básica, ya que implica todo un proceso formativo que prepara a los sujetos para enfrentar con éxito diversas tareas.

Representación gráfica de la suma, resta, multiplicación y división de fracciones.

Hasta aquí solo se ha mencionado la fracción como porción de unidad que puede ser mayor que uno menor que uno o igual que la unidad, así como los criterios para establecer la equivalencia de fracciones a partir de la relación numerador y denominador, como por ejemplo $4/16 = \frac{1}{4}$ porque 4 es la cuarta parte de 16, que es el denominador. Otra forma de comprobar fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ es multiplicando cualquier numerador por 2.

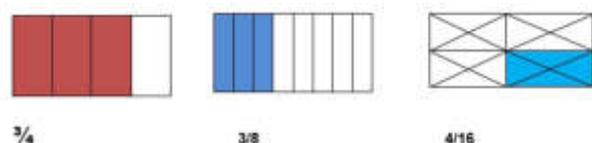
Ejemplo: si el numerador fuera 5, al multiplicarse por 2 da como resultado 10, que sería el denominador, por lo tanto la fracción sería $5/10 = \frac{1}{2}$. ya que 5 es la mitad de 10. Establecer la relación entre el numerador y el denominador ayuda a agilizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

Plantear problemas que implican el uso de las fracciones en contextos de reparto, les permite a los alumnos descubrir los diferentes significados que cobran sentido al contextualizarlos en situaciones de reparto, medición, como razón y como cociente. Enfrentar numerosas situaciones problemáticas le va a permitir a las niñas, niños y adolescentes desarrollar sus conocimientos y habilidades básicas.

Completando a una unidad o entero

Uno de los tres criterios que se establecen a partir de la relación numerador y denominador es la igualación a un entero que dice: Si el numerador es igual que el denominador, la fracción es igual a 1. La fracción como relación parte-todo permite al alumno conceptualizar el significado de un reparto equitativo y exhaustivo como se ha venido planteando en el presente artículo. Un ejemplo claro es la representación gráfica para observar la partes que se oscurecen y la parte blanca que falta por tomar o sobrear. Es muy importante que el maestro cuestione en todo momento a sus alumnos sobre esta relación. Si se tiene $\frac{3}{4}$, ¿Cuánto falta para tener un entero?, la respuesta inmediata es $\frac{1}{4}$, ya que si sumamos $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$, asimismo si se tiene $\frac{3}{8}$, ¿cuánto falta para completar el entero?, la respuesta inmediata es, faltaría $\frac{5}{8}$ para completar el entero, porque $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$ y por último $\frac{4}{16} + \frac{12}{16} = \frac{16}{16} = 1$. Aquí se muestra las tres representaciones gráficas (figura 9):

Figura 9. Completando a una unidad o entero



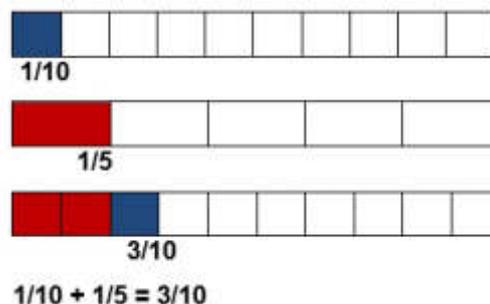
Fuente: Elaboracion propia

Suma y resta de fracciones con distinto denominador.

A continuación se presenta las tiras unidad para sumar fracciones con distinto denominador, utilizando la equivalencia para facilitar la suma de $1/10 + 1/5 = 1/10 + 2/10 = 3/10$, por equivalencia se puede sustituir $1/5$ por $2/10$ para lograr una suma de fracciones con el mismo denominador. Gráficamente se compara las partes sombrea-

das para obtener un total. La suma es agregar porciones de un entero y de otro para tener el total de porciones que se expresan en la tira entera (figura 10).

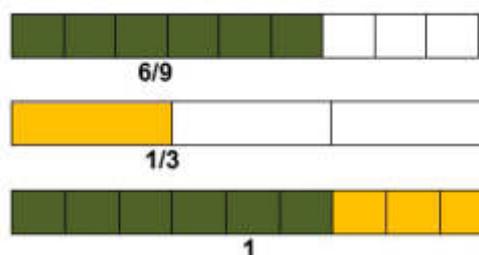
Figura 10. Suma y resta de fracciones con distinto denominador.



Fuente: Elaboracion propia

$1/10 + 2/10 = 3/10$, se busca la igualación de los denominadores para la suma (figura 11).

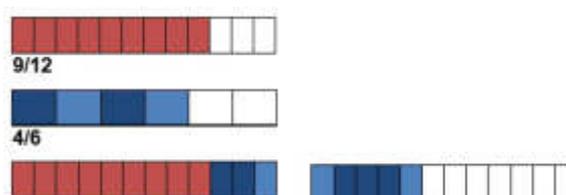
Figura 11. Igualación de los denominadores.



Fuente: Elaboracion propia

$6/9 + 1/3 = 6/9 + 3/9 = 9/9 = 1$, en esta suma se usó la equivalencia de $1/3$ por $3/9$ para que tengan el mismo denominador y así sumarlos. También se puede sumar $2/3 + 1/3 = 3/3 = 1$, en este caso se sustituye $6/9$ por $2/3$. Usar material concreto para establecer las equivalencias resulta muy interesante para los alumnos (figura 12).

Figura 12. Equivalencia



Fuente: Elaboracion propia

La suma de $9/12 + 4/6 = 9/12 + 8/12 = 17/12 = 1 \frac{5}{12}$

Los enteros que se utilicen para la suma y resta deben tener la misma forma y superficie. Esto ayuda a la hora de

comparar las partes sombreadas y determinar qué parte de la unidad se tomó y qué parte de la unidad queda. Hay que enseñar a los alumnos y alumnas a observar, comparar y proyectar la parte sombreada en relación a la unidad y no al número de partes en que se divide (figura 13).

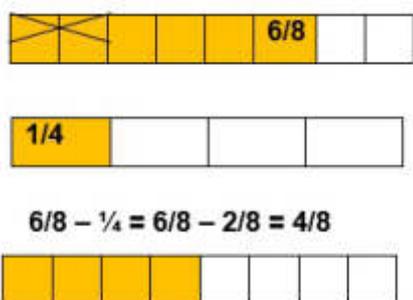
Figura 13. Pparte sombreada en relación a la unidad



Fuente: Elaboracion propia

La representación gráfica ayuda a la comparación de las partes sombreadas, que representan a la fracción como la relación parte-todo. La forma tradicional es dividir el entero en partes iguales como lo indica el denominador y luego sombrear las partes que indica el numerador; pero no siempre se puede presentar así en la vida real. El primero indica 4/16, en la figura dos y tres hay que establecer relaciones antes de determinar la porción de unidad que se representa, no basta ver las divisiones sino la parte sombreada y su relación con la unidad (figura 14).

Figura 14. Parte sombreada en relación a la unidad

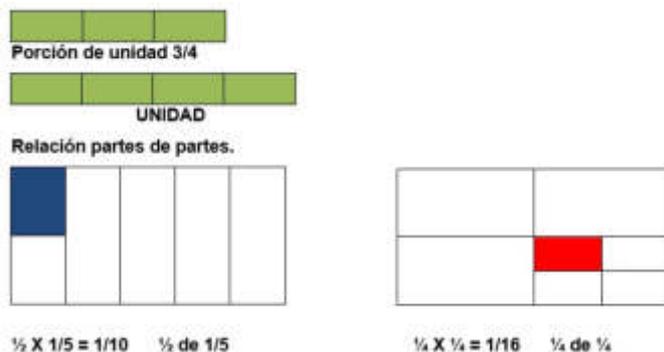


Fuente: Elaboracion propia

En esta representación se observa el tamaño de la porción que se resta a 6/8 que equivale a 2/8, por lo tanto la fracción que queda es igual a 4/8. La resta de fracciones con distinto denominador puede resultar interesante si se aplica la equivalencia y su representación.

En situaciones de reparto se entiende que 3/4 es la porción de unidad que le toca a cada uno, y el alumno comprende que la fracción es menor que el entero por la relación numerador-denominador, asimismo puede representar el tamaño de la unidad a partir de la fracción 3/4, con solo agregar 1/4 para completar el entero. Veamos su representación en la figura 15:

Figura 15. Reparto de porciones



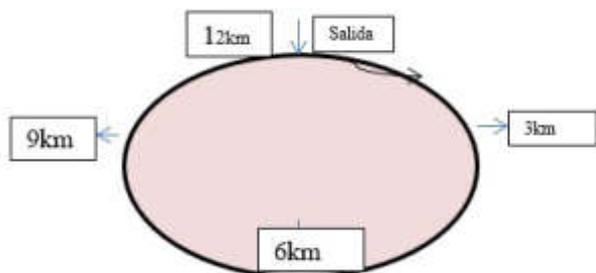
Fuente: Elaboracion propia

Para multiplicar fracciones basta multiplicar los numeradores de las fracciones y luego los denominadores. Por ejemplo en la primera representación se multiplica $1 \times 1 = 1$, después $2 \times 5 = 10$, el resultado es $1/10$. En la segunda representación quedaría $1 \times 1 = 1$, luego $4 \times 4 = 16$, entonces el resultado es $1/16$. Aritméticamente es sencillo; pero a diferencia de los enteros el resultado no se agranda como una suma repetida, sino que implica extraer una parte de otra parte. De ahí la importancia de usar siempre la preposición de que significa extracción. $1/2 \times 1/5$ significa $1/2$ de $1/5$, la mitad de $1/5$ es $1/10$. Aprender a interpretar el significado de la multiplicación de fracciones ayuda a emplearlo como operador multiplicativo de un número entero. Por ejemplo: $3/4 \times 12 = 12 : 4 \times 3 = 3 \times 3 = 9$, que sería las tres cuartas partes de 12.

También se puede plantear una situación problemática para ejemplificar el uso de la fracción como operador multiplicativo a un número entero, en donde el alumno debe reflexionar de manera anticipada cuál podría ser el resultado con solo valorar el significado de la fracción que se multiplica, si es menor que el entero entonces la respuesta debe ser menor que la cantidad que se multiplica. Aquí se puede comprobar esta consideración al utilizar la fracción como operador multiplicativo a un número entero.

Un ciclista recorre un circuito que mide 12 km. Si solo recorrió las $3/4$ partes hoy ¿Cuántos km le faltaron? (Figura 16)

Figura 16. Multiplicación de fracciones



Fuente: Elaboración propia

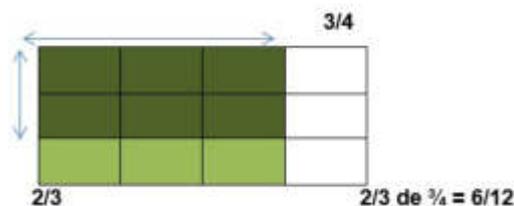
Ha recorrido 9 km, le faltan 3km como se ve en el circuito de 12 km dividido en cuatro partes iguales, cada cuarto representa 3km, por lo tanto $\frac{3}{4} = 9$. En los libros de texto para el alumno se maneja muy poco la multiplicación y división de fracciones por su grado de dificultad; sin embargo hay situaciones problemáticas que implican el uso y manejo de la multiplicación y división de fracciones, aunque no de manera formal, es decir empleando una representación gráfica o dibujos que interpreten sus ideas sobre el significado de multiplicar. La relación partes de partes es una forma de acercamiento para interpretar qué parte de una fracción es de la otra, por esta razón en vez de usar la expresión, cuántas veces aumentó la cantidad, se utiliza la preposición de que sugiere la idea de extracción, ya que en la multiplicación de fracciones uno de los factores juega el papel de operador multiplicativo, entonces ya no se interpreta como una suma repetida como se hace con los números enteros. Aplicar una fracción como operador multiplicativo, equivale a dividir y multiplicar sucesivamente esa cantidad. Por ejemplo $\frac{3}{4}$ de 24 significa $24 : 4 \times 3 = 6 \times 3 = 18$.

La relación partes de partes es una forma para iniciarse con la multiplicación de fracciones, antes de formalizar la idea sobre ella se recomienda plantear numerosas situaciones en las que las fracciones se alternan con los números naturales en el papel de operadores multiplicativos. Comprender el significado de la multiplicación implica aprender a establecer relaciones a partir del valor que tiene la fracción como porción de unidad que puede ser mayor, menor o igual que el entero. La simple relación entre el numerador y el denominador y los criterios de equivalencia facilita una interpretación con un verdadero sentido hacia la formalización del pensamiento matemático.

Planteamientos de situaciones problemáticas que implican el uso y manejo de la multiplicación de fracciones y su representación gráfica.

1.- Un terreno rectangular ocupa $\frac{3}{4}$ de un lado de una manzana y $\frac{2}{3}$ de otro lado. ¿Qué fracción de la manzana ocupa el terreno? (figura 17)

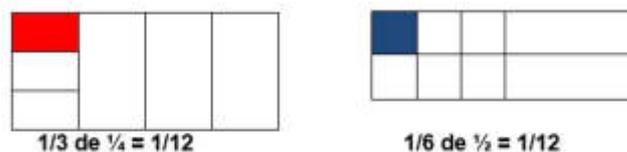
Figura 17



Fuente: Elaboración propia

2.- Se usó un cuarto de un pliego de cartoncillo para hacer una bandera. La tercera parte de ese cuarto, se pintó de rojo. ¿Qué fracción del pliego de cartoncillo se pintó de rojo? (figura 18)

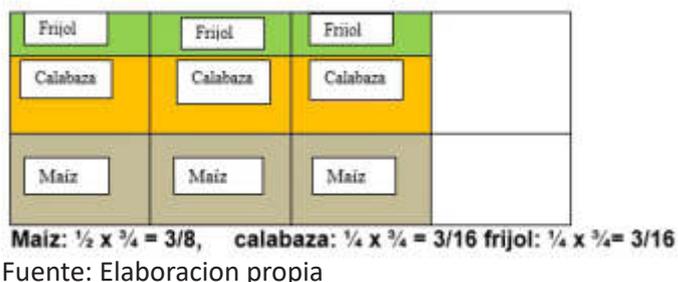
Figura 18



Fuente: Elaboración propia

3.- En la parcela de mi tío Luis se ocupó las $\frac{3}{4}$ partes para sembrar maíz, frijol y calabaza. El maíz ocupa $\frac{1}{2}$ de esa parte destinada para la siembra y en la parte que queda se sembró en partes iguales el frijol y la calabaza. ¿Qué parte del total de la parcela se usó para la siembra del maíz? R.- $\frac{3}{8}$ porque $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$, es decir $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ (figura 19)

Figura 19

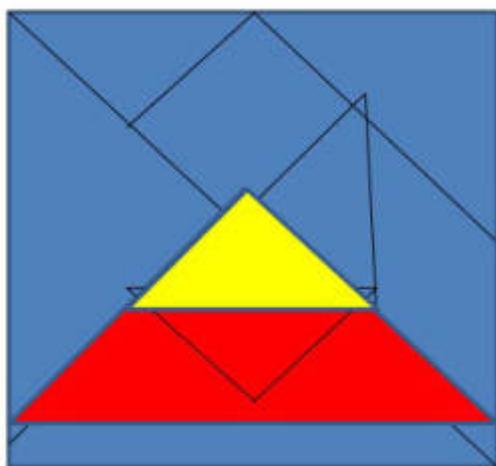


Fuente: Elaboración propia

En esta representación gráfica de la parcela se puede observar que la parte destinada para la siembra son $\frac{3}{4}$ de la superficie total. El maíz: $\frac{3}{8}$, la calabaza: $\frac{3}{16}$ y el frijol: $\frac{3}{16}$ que al sumarlos dan como resultado $\frac{12}{16}$, fracción equivalente a los $\frac{3}{4}$ destinados para la siembra, ya que la unión de las partes es igual al total repartido. Comparar las partes sombreadas respecto al total de la superficie ayuda a interpretar la relación partes de partes como la mitad de $\frac{3}{4}$ que equivale a $\frac{3}{8}$ de la superficie total. Asimismo $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{4} = \frac{3}{16}$ como se muestra en la representación gráfica de la parcela.

4.- A continuación se presenta el tangram (ver figura 20) en su forma cuadrática, para establecer relaciones entre cada una de las piezas se toma como unidad de medida el triángulo chico para establecer comparaciones entre las demás piezas, iniciando con esta pregunta: ¿Qué parte de la superficie del cuadrado, ocupa un triángulo chico? La respuesta es $\frac{1}{16}$ porque el triángulo ocupa $\frac{1}{4}$ de la superficie del triángulo grande y el triángulo grande representa $\frac{1}{4}$ de la superficie total, por lo tanto $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$. Nuevamente la relación partes de partes. Tomado del libro "Juega y aprende matemáticas" (p.13).

Figura 20. Tangram



Fuente: Elaboración propia

5.- En el rancho del tío Pepe se repartió el ganado entre los cuatro hermanos. Si en el corral había 120 cabezas y al hermano mayor le tocó la mitad del total y el resto se lo dividieron entre los otros tres hermanos en partes iguales. ¿Qué fracción del total de ganado le tocó a cada uno de los tres? R.- $\frac{1}{6}$ del total, ahora veamos cómo se justifica el reparto: $\frac{1}{2} \times 120 = 120 : 2 \times 1 = 60$, aquí la fracción como operador multiplicativo está planteando extraer la mitad de $120 = 60$ que son las cabezas de ganado que le corresponde al hermano mayor, el resto del ganado se

dividió entre 3, es decir $60 : 3 = 20$, que son las cabezas que le corresponden a cada uno de los tres hermanos menores, esta cantidad puede expresarse como fracción al preguntarse qué parte de 120 cabezas son las 20 cabezas, al establecer esta relación numerador y denominador vemos una equivalencia a $\frac{1}{6}$.

Planteamiento de situaciones problemáticas que implican el uso y manejo de la división de fracciones y su representación gráfica.

La división es una operación inversa de la multiplicación, mientras que multiplicar implica extraer una fracción de otra, en la división se pregunta cuántas veces una cabe en la otra. En la multiplicación de fracciones siempre se debe utilizar la preposición de que da la idea de extracción. Multiplicar $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ significa preguntarse ¿cuánto es la mitad de $\frac{1}{4}$?, la respuesta es $\frac{1}{8}$ del total de la superficie y gráficamente se puede demostrar así (figura 21):

Figura 21



Fuente: Elaboración propia

La división de fracciones por su misma naturaleza de conocimiento resulta difícil para los alumnos de quinto y sexto grados, por lo que se aborda en el nivel de secundaria. Dividir implica preguntarse cuántas veces el divisor cabe en el dividendo. En los números enteros: $24 : 4 = 6$ porque $6 \times 4 = 24$, ahora cómo sería si se dividiera estas fracciones: $\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = 6$ porque $6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, quiere decir que en $\frac{1}{8}$ cabe 6 veces en $\frac{3}{4}$. El resultado de una división de fracciones se interpreta como el número de veces que una fracción menor cabe en otra fracción mayor. De ahí la importancia de utilizar otros recursos y aplicar estrategias antes de llegar al algoritmo de la división de fracciones (figura 22).

Figura 22.



Fuente: Elaboración propia

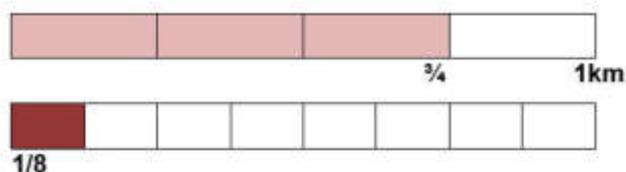
Dividir $6/10$ entre $1/5$ significa cuántas veces cabe $1/5$ en $6/10$, al comparar las superficies sombreadas se puede observar que $1/5$ cabe exactamente 3 veces en $3/10$. Esto significa que el resultado de dividir aritméticamente $6/10$: $1/5 = 30/10 = 3$, el 3 no significa 3 enteros como se puede observar en la representación.

La evaluación de planea 2016, en el reactivo 16 (p.30) para alumnos de sexto grado, se plantea el siguiente problema: Silvia tiene $6/4$ de litro de miel y quiere repartirlo en partes iguales a sus tres hijos. ¿Qué fracción de litro le toca a cada uno? En las opciones de respuestas pude observar que la respuesta esperada es la A) $6/12$, al plantearse la división $6/4 : 3 = 6/12$. Si el alumno interpretara el valor de la fracción a partir de la relación numerador y denominador, es claro que se trata de $3/2$ de litro, lo cual indica que cada hijo le toca $1/2$ litro, igual a los $6/12$.

a).- En una carrera atlética de 12km, uno de los competidores ha recorrido $3/4$ del recorrido. Cada octavo de km se detuvo a tomar agua. ¿Cuántas veces se detuvo a tomar agua?

Se trata de demostrar cuántas veces una fracción cabe en la otra, es decir $1/8$ en $3/4$, y para ello es necesario encontrar un operador multiplicativo que permite pasar de una a otra. En este problema no interesa saber cuántos km ha recorrido, sino cuántas veces $1/8$ cabe en los $3/4$. Al dividir $3/4 : 1/8 = 24/4 = 6$, este resultado significa que $1/8$ cabe seis veces en $3/4$. Gráficamente se puede demostrar en la figura 23:

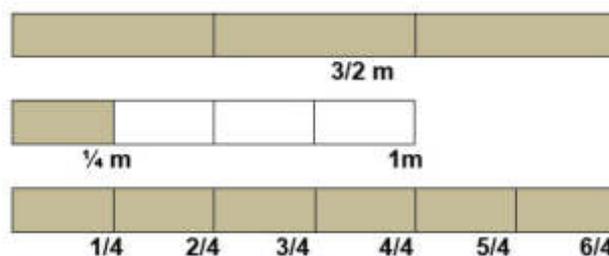
Figura 23.



Fuente: Elaboracion propia

b).- Un plomero compró $3/2$ m de tubo, quiere cortarlo en tramos iguales de $1/4$ m ¿para cuántos tramos le alcanza?, en $1/2$ caben 2 tramos de $1/4$, así que en $3/2$ caben 6 tramos de $1/4$. Gráficamente se puede representar con la figura 24:

Figura 24



Fuente: Elaboracion propia

Aquí se puede observar el tramo de tubo de $3/2$ m y el tramo de $1/4$ m, al hacer la comparación de las partes sombreadas, se puede comprobar que el tramo de $1/4$ m cabe 6 veces en el tramo de $3/2$ m.

c).- Un pliego de cartoncillo se dividió en tres partes iguales. Una de estas partes se tomó para hacer 8 tarjetas iguales. ¿Qué fracción representa cada tarjeta respecto al entero?. Gráficamente se puede representar así (figura 25):

Figura 25.

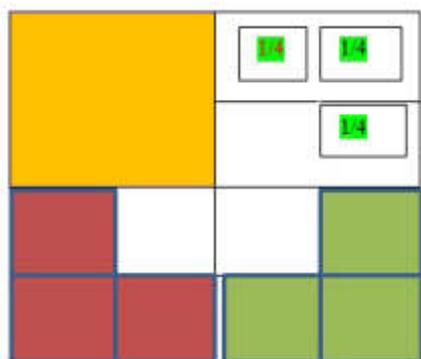


Fuente: Elaboracion propia

El pliego entero se divide en tres partes iguales y se toma uno, aquí la fracción implica una relación parte-todo. Luego cada tarjeta representa $1/8$ de $1/3 = 1/24$, ó $1/3 : 8 = 1/24$. Si tomamos la fracción como operador multiplicativo de una fracción implica una relación partes de partes, pero si preguntáramos cuántas veces $1/24$ cabe en un $1/3$, entonces la respuesta sería 8 veces, que formalmente se plantearía como: $1/3 : 1/24 = 24/3 = 8$, significa que $1/24$ cabe 8 veces en $1/3$.

d).- Un hombre era propietario de un terreno cuadrado. Al morir heredó a la esposa la cuarta parte y el resto a los cuatro hijos, con la condición de que lo subdividieran en cuatro lotes del mismo perímetro y la misma área. Encuentra las cuatro subdivisiones de la parte no sombreada.

Figura 26.



Fuente: Elaboración propia

Al dividir los $\frac{3}{4} : 4 = \frac{3}{16}$, se puede demostrar que $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{4}{16} + \frac{12}{16} = \frac{16}{16} = 1$. La suma de las partes es igual al total repartido.

CONCLUSIONES

Analizar las concepciones teóricas sobre la naturaleza del conocimiento de las matemáticas y su enfoque de enseñanza nos permite comprender por qué ciertos conceptos implican un alto grado de dificultad. El presente artículo aborda la solución de problemas que implican el uso y manejo de la suma, resta, multiplicación y división de fracciones y su representación gráfica, antes de aplicar el algoritmo usual. Los conceptos matemáticos por su misma naturaleza de estudio se aprenden a partir de procedimientos informales para luego lograr la abstracción. En la escuela primaria se pretende plantear situaciones reales de aprendizaje que les permitan a los alumnos y alumnas construir el conocimiento y atribuirle un significado a las fracciones en contextos de reparto.

El proceso de conceptualización de los contenidos obedece a la relación constante que existe entre las estructuras mentales del sujeto que aprende y al objeto de conocimiento. Según la teoría constructivista, el alumno es un ser activo, capaz de aprender por sí mismo, antes que se le enseñe ya posee ciertas experiencias o nociones para el aprendizaje de las fracciones, que según los principios pedagógicos se debe iniciar su estudio a partir del tercer grado de educación primaria por su grado de dificultad.

Los procesos de aprendizaje se pueden interpretar cuando hay una interacción real con el objeto de conocimiento. La estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo que se puede repre-

sentar a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones, es decir el conocimiento matemático es el resultado de acciones interiorizadas que lleva a la abstracción reflexiva, a diferencia de otras asignaturas no se aprende interpretando un código de conocimientos, su esencia se basa en la actividad.

El papel del docente es crear las condiciones para que ocurra el aprendizaje. El alumno debe ser el principal elemento del proceso educativo, se le considera un sujeto activo capaz de aprender por sí mismo. Lograr la autorregulación de sus acciones es lo que permitirá alcanzar el aprendizaje autónomo.

En este sentido, la formación matemática debe responder a las necesidades actuales, convirtiéndose en una herramienta que le va a permitir al alumno plantearse estrategias de solución según sus propias experiencias o saberes previos. Este es el principal reto, partir de "sus conocimientos previos, mismos que le permiten entrar la situación, pero el encuentra desafío se encuentra en reestructurar algo que ya sabe, sea para modificarlo, ampliarlo, rechazarlo o aplicarlo a una nueva situación" (SEP, 2012, p. 350). Lo más valioso de este proceso es cuando logran aplicar ciertos conocimientos y habilidades en situaciones problemáticas que enfrentan, pero sobretodo, fortalecer la creatividad del profesor para el diseño de situaciones de enseñanza y aprendizaje, considerando el planteamiento de problemáticas relacionadas con el contexto del estudiante; de esta manera se pueden crear las condiciones para la apropiación efectiva del conocimiento y una mejor comprensión de las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balbuena, Hugo et al., (1995) La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria: Primera parte. México D.F: Secretaría de Educación Pública.
- Block, D., Schulmaister, M., Balbuena, H. y Dávila, M. (1995) La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria: Segunda parte. México D.F: Secretaría de Educación Pública.
- Latapí Sarre Pablo (2003) ¿Cómo aprenden los maestros? Hacia una política integral para la formación y el desarrollo profesional de los maestros de educación básica: México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (1991) *Juega y aprende matemáticas: Actividades para divertirse y trabajar en el aula*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (1993) *Plan y Programas de Estudio 1993*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (1997) *Ciencia: conocimiento para todos*. Naucalpan, Estado de México: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2006) *Prueba PLANEA, 2006: Lenguaje y comunicación y Matemáticas*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2011) *Plan de Estudios 2011: Educación Básica*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2011) *Programas de Estudio 2011 Guía para el Maestro: Educación Básica Primaria*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2014) *Desafíos Matemáticos: Libro para el alumno Quinto grado*. MÉXICO D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2014) *Desafíos Matemáticos: Libro para el maestro Quinto grado*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2015) *Desafíos Matemáticos: Libro para el alumno Tercer grado*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2017) *Desafíos matemáticos: Libro para el alumno Cuarto grado*. México D.F: Secretaría de Educación Pública.

Semblanza del autor

Egresado de la Maestría en Docencia del Instituto de Educación del Magisterio de Tabasco, especialidad en Matemáticas, Licenciatura en Educación Primaria en la Escuela Rural Federal Hecelchakan, Campeche; Licenciado en Secundaria en la Normal Superior de Campeche. Docente frente a grupo por más de 31 años en el nivel primaria. Asesor de matemáticas por más de 17 años en la Escuela Normal Particular.